Jurnal Arjuna: Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika
Vol.1, No.5 Oktober 2023
e-ISSN : 3021-8136, p-ISSN : 3021-8144, Hal 94-103
DOI: https://doi.org/10.61132/arjuna.v1i5.161

Pelabelan Total Sisi Ajaib Pada Graf Anti-Fuzzy Bipolar mC_n

Ilman Firmansa
Institut Sains dan Teknologi Annuqayah

Alamat: IST Annuqayah, Sumenep, Jawa Timur, Indonesia.
Email : ilman.firmansa@gmail.com

Abstract. *This article discusses the edge magic total labeling of bipolar anti-fuzzy graphs. Bipolar anti-fuzzy graphs are seen as a new concept, therefore we adapt from previous research on the properties of magic labeling of bipolar anti-fuzzy graphs. The results show that, for every natural number, there exists a bipolar anti-fuzzy magic edge total labeling for mC_n graphs.*

Keywords: *Bipolar Anti-Fuzzy Graphs, Edge Magic Total Labeling.*

Abstrak. Artikel ini membahas tentang pelabelan total sisi ajaib pada graf anti-fuzzy bipolar. Graf anti-fuzzy bipolar dipandang sebagai konsep baru, oleh karena itu kami mengadaptasi dari penelitian sebelumnya tentang sifat-sifat pelabelan ajaib graf anti-fuzzy bipolar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa, untuk setiap bilangan asli, terdapat pelabelan total sisi ajaib bipolar anti fuzzy untuk graf mC_n

Kata Kunci: Graf Anti-Fuzzy Bipolar, Pelabelan Total Sisi Ajaib.

LATAR BELAKANG

Teori graf adalah bidang matematika yang berhubungan dengan studi tentang graf, yang merupakan struktur matematika yang digunakan untuk memodelkan hubungan berpasangan antar objek. Salah satu topik dalam teori graf adalah pelabelan, yang melibatkan pemberian label pada titik atau sisi dari sebuah graf menurut aturan tertentu (Nurvazly dan Sugeng, 2018). Ada banyak jenis pelabelan graf yang beragam, setiap jenis memiliki aturan dan aplikasinya sendiri-sendiri. Beberapa contoh pelabelan graf meliputi, pelabelan graceful, pelabelan harmonis, dan pelabelan ajaib.

Pertengahan tahun 1960an Stewart mempelajari berbagai macam cara untuk melabeli sisi-sisi dari sebuah graf. Stewart menyebut sebuah graf terhubung sebagai semi-magic jika ada pelabelan sisi-sisinya dengan bilangan-bilangan bulat sedemikian sehingga untuk setiap titk *v* jumlah dari label-label semua sisi yang berhubungan dengan *v* adalah sama untuk semua *v*. Pelabelan semi-magic dimana sisi-sisinya dilabeli dengan bilangan-bilangan bulat positif yang berbeda disebut pelabelan ajaib (Gallian, 2022). Terdapat beberapa pelabelan ajaib yang telah dikembangkan hingga kini, Salah satunya adalah pelabelan total sisi-ajaib (*Edge Magic Total Labelling*). Pelabelan Total Sisi-ajaib mengacu pada pelabelan titik-titik dan sisi-sisi dari sebuah graf, dimana nilai label dari setiap sisi dan titik-titik yang terkait adalah konstan. Dengan kata lain, ini adalah sebuah skema pelabelan yang memberikan nomor label unik ke titik-titik dan sisi-sisi dari sebuah graf sedemikian rupa sehingga jumlah dari label-label titik-

Received Juli 30, 2023; Revised Agustus 2, 2023; Accepted September 09, 2023
* Ilman Firmansa, *ilman.firmansa@gmail.com*

titik yang berhubungan dengan sebuah sisi sama dengan label dari sisi tersebut (Zhang dkk, 2021).

Zadeh pertama kali mempresentasikan konsep fuzzy sebagai representasi matematis dari ketidak- pastian di dunia nyata pada tahun 1965. Riset independen berikutnya tentang pembuatan graf fuzzy dilakukan oleh Rosenfeld pada tahun 1975 dan ditahun yang sama pula R.T. Yeh and S.Y. Bang meneliti tentang himpunan fuzzy dan pengaplikasiannya. Mereka menyelidiki sejumlah analog fuzzy dari gagasan teori graf termasuk lintasan, siklus, dan keterhubungan. Penggunaan graf fuzzy dapat digunakan untuk mengatasi berbagai macam masalah (Firmansa dkk, 2019). Penggunaan graf fuzzy dapat digunakan untuk mengatasi berbagai macam masalah. Meskipun masih relatif muda, graf fuzzy telah berkem- bang dengan cepat dan memiliki berbagai macam kegunaan. Lebih jauh lagi, baik dalam matematika maupun dalam aplikasinya pada sains dan teknologi, penelitian tentang graf fuzzy telah berkembang secara eksponensial.

Pelabelan ajaib graf anti fuzzy bipolar merupakan konsep baru yang telah dipelajari dalam beberapa penelitian. Sifat-sifat pelabelan ajaib graf anti fuzzy bipolar telah diselidiki untuk berbagai jenis graf seperti graf lintasan, bintang, siklus. Telah ditunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n, terdapat pelabelan ajaib graf bipolar anti fuzzy untuk graf bipolar anti fuzzy path (P_n) dan graf bintang (S_n). Untuk n ganjil dan $n \geq 3$, terdapat pelabelan ajaib graf anti fuzzy bipolar untuk graf cycle (C_n) (Firmansa dkk, 2019).

Untuk mendapatkan uraian yang lebih sistematis, kami membagi dalam beberapa bagian sebagai berikut; bagian pendahuluan yang menyajikan beberapa terminologi dasar dari graf anti fuzzy bipolar dan termasuk pelabelan ajaib graf bipolar anti fuzzy; bagian Kajian Teori menguraikan teori-teori yang relevan; bagian utama Hasil dan Pembahasan yang menyajikan sifat-sifat pelabelan ajaib pada graf mC_n anti fuzzy bipolar; dan Kesimpulan.

KAJIAN TEORITIS

Bagian berikut menyajikan teori-teori dasar yang akan berfungsi sebagai dasar untuk metodologi keseluruhan studi dan memberikan informasi spesifik tentang beberapa penelitian terdahulu terkait yang akan menjadi panduan dan titik referensi untuk pelabelan total sisi ajaib pada graf anti fuzzy bipolar.

Definisi 1. Graf Anti-Fuzzy

Misalkan $G^{\star} = (V, E)$ adalah graf crips dengan $V \neq \emptyset$ dan $E \subseteq V \times V$. Graf anti-fuzzy $G = (V, \sigma, \mu)$ didefinisikan dengan $\sigma: V \to [0,1]$ adalah himpunan fuzzy di V dan $\mu: E \to [0,1]$ memenuhi relasi $(uv) \geq \sigma(u) \vee \sigma(v)$ untuk semua $uv \in E$ (Trisanti dan Nusantara, 2021).

Definisi 2. Himpunan Fuzzy Bipolar

Sebuah himpunan fuzzy bipolar A pada sebuah himpunan tak-kosong X adalah sebuah objek dengan bentuk $A = \left\{\left(x, \mu_A^p(x), \mu_A^n(x)\right) \vee x \in X\right\}$, dengan $\mu_A^p: X \to [0,1]$ dan $\mu_A^n: X \to [-1,0]$ adalah pemetaan (Akram dkk, 2021).

Definisi 3. Relasi Fuzzy Bipolar

Misalkan A dan B adalah dua himpunan fuzzy bipolar pada X dan Y. Relasi fuzzy bipolar R dari A ke B adalah pemetaan $R: A \to B$ yang didefinisikan sebagai $R = \left\{\left((x,y), \mu_R^p(x,y), \mu_R^n(x,y)\right) \vee (x,y) \in X \times Y\right\}$ sedemikian sehingga

$\mu_R^p(x,y) \leq \mu_A^p(x) \wedge \mu_B^p(y)$ dan $\mu_R^n(x,y) \geq \mu_A^n(x) \wedge \mu_B^n(y)$ (Lee dan Hur, 2019).

Definisi 4. Graf Fuzzy Bipolar

Suatu graf fuzzy bipolar dengan himpunan dasar V didefinisikan sebagai sebuah pasangan $G = (A, B)$ dimana $A = (\sigma^p, \sigma^n)$ adalah himpunan fuzzy bipolar di V dan $B = (\mu^p, \mu^n)$ yang merupakan himpunan fuzzy bipolar di $E \subseteq V \times V$ sedemikian sehingga $\mu^p(xy) \leq \sigma^p(x) \wedge \sigma^p(y)$ dan $\mu^n(xy) \geq \sigma^n(x) \wedge \sigma^n(y)$ untuk semua $xy \in E$ (Yang dkk, 2013).

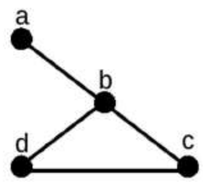
Definisi 5. Graf Anti-Fuzzy Bipolar

Suatu graf anti-fuzzy bipolar dengan himpunan dasar V didefinisikan sebagai sebuah pasangan $G = (A, B)$ dimana $A = (\sigma^p, \sigma^n)$ adalah himpunan fuzzy bipolar di V dan $B = (\mu^p, \mu^n)$ yang merupakan himpunan fuzzy bipolar di $E \subseteq V \times V$ sedemikian sehingga $\mu^p(xy) \geq \sigma^p(x) \wedge \sigma^p(y)$ dan $\mu^n(xy) \leq \sigma^n(x) \wedge \sigma^n(y)$ untuk semua $xy \in E$ (Firmansa dkk, 2019).

Contoh : Sebarang graf $G^{\star} = (V, E)$ sedemikian sehingga $V = \{a, b, c, d\}$ dan $E = \{ab, bc, bd, cd\}$. Misalkan $A = (\sigma^p, \sigma^n)$ adalah himpunan fuzzy bipolar di V dan $B = (\mu^p, \mu^n)$ yang merupakan himpunan fuzzy bipolar di $E \subseteq V \times V$ yang didefinisikan oleh

	a	b	c	d
σ^p	0,1	0,03	0,2	0,4
σ^n	-0,2	-0,05	-0,3	-0,2

	ab	bc	bd	cd
μ^p	0,15	0,32	0,5	0,45
μ^n	-0,3	-0,5	-0,45	-0,4



Gambar 1: Graf anti-fuzzy bipolar

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian selanjutnya, kita akan membuktikan sifat-sifat yang berhubungan dengan adanya pelabelan graf total titik ajaib anti fuzzy bipolar untuk graf disconnected mC_n, yaitu, disjoin union dari m sikel dengan panjang n, dimana m dan n adalah ganjil. Pada bagian ini, kami menyajikan beberapa definisi dari hasil sebelumnya atau definisi baru pada konteks graf anti fuzzy bipolar yang akan digunakan pada bagian utama.

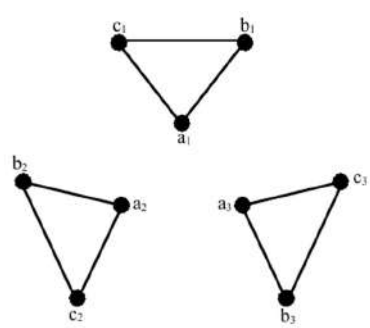
Definisi 6. Graf

Sebuah graf terdiri dari sekumpulan titik (atau node) dan sekumpulan sisi (atau busur) yang menghubungkan titik-titik tersebut. Titik-titik mewakili objek, sedangkan sisi mewakili hubungan atau koneksi di antara mereka, yang dapat dilambangkan dengan $G = (V, E)$ adalah pasangan terurut, yaitu V adalah himpunan titik dan E merupakan himpunan sisi dari graf G (Saoub, 2021) .

Definisi 7. Graf Sikel mC_n

Graf sikel mC_n adalah disjoin union dari m sikel dengan panjang n.

Contoh: graf $3C_3$



Gambar 2 : Graf $3C_3$

Definisi 8. Graf Anti-Fuzzy Bipolar mC_n

Sebuah Lintasan fuzzy bipolar dalam sebuah graf fuzzy bipolar $G = (A, B)$ adalah sebuah sekumpulan titik-titik yang berbeda $y_1, y_2, \ldots, y_n$ sedemikian sehingga $\mu_B^p(y_k y_{k+1}) > 0$ atau $\mu_B^n(y_k y_{k+1}) < 0$, untuk semua $1 \leq k \leq n-1$ yang dinotasikan dengan P_n. Jika $y_1 = y_n$ dan $A(y_1) = A(y_n)$ lintasan fuzzy bipolar dikenal sebagai sikel fuzzy bipolar yang dilambangkan dengan C_n (Akram dkk, 2021).

Graf fuzzy sikel C_n dapat disebut graf anti-fuzzy bipolar jika semua $v_i v_{i+1} \in E$ dengan $\mu^p(v_i v_{i+1}) \geq \sigma^P(v_i) \vee \sigma^p(v_{i+1})$ dan $\mu^n(v_i v_{i+1}) \leq \sigma^n(v_i) \wedge \sigma^n(v_{i+1})$ (Firmansa, 2019). Graf anti-fuzzy bipolar mC_n adalah graf anti-fuzzy bipolar C_n dengan m sikel dan panjang n.

Contoh : pada Gambar 2 : graf $3C_3$ dapat disebut graf anti-fuzzy bipolar dengan label sebagai berikut

	a_1	b_1	c_1
σ^p	0,1	0,03	0,2
σ^n	-0,2	-0,05	-0,3

	a_1b_1	b_1c_1	c_1a_1
μ^p	0,15	0,22	0,3
μ^n	-0,3	-0,4	-0,45

	a_2	b_2	c_2
σ^p	0,11	0,031	0,22
σ^n	-0,21	-0,051	-0,32

	a_2b_2	b_2c_2	c_2a_2
μ^p	0,16	0,25	0,3
μ^n	-0,3	-0,44	-0,45

	a_3	b_3	c_3
σ^p	0,012	0,032	0,022
σ^n	-0,021	-0,051	-0,32

	a_3b_3	b_3c_3	c_3a_3
μ^p	0,17	0,25	0,35
μ^n	-0,35	-0,4	-0,45

Definisi 9. Pelabelan Total Sisi Ajaib Graf Anti-Fuzzy Bipolar

Menurut Firmansa dkk (2019), graf anti-fuzzy bipolar dapat dikatan graf anti-fuzzy bipolar total sisi ajaib jika

i. $\sigma^p(u) + \mu^p(uv) + \sigma^p(v)$ memiliki nilai yang sama untuk semua $u, v \in V$ yang dilambangkan dengan $m_0^p(G)$.

ii. $\sigma^n(u) + \mu^n(uv) + \sigma^n(v)$ memiliki nilai yang sama untuk semua $u, v \in V$ yang dilambangkan dengan $m_0^n(G)$

Teorema mC_n adalah graf anti-fuzzy bipolar total sisi ajaib jika dan hanya jika m dan n ganjil.

<u>Bukti</u> : Misalkan mC_n merupakan graf anti-fuzzy bipolar yang memiliki himpunan titik $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_m$ dimana $V_i^j = \{v_i^1, v_i^2, \ldots, v_i^n\}$, dan sisi $E = E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_m$ dimana $E_1 = \{e_i^1, e_i^2, \ldots, e_i^n\}$ dan $e_i^j = v_i^j v_i^{j+1}$ untuk $1 \le i \le m,\ 1 \le j \le n-1,\ e^n = v_i^n v_i^1$. Diberikan pelabelan sebagai berikut

Untuk $1 \le i \le \frac{m-1}{2}$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$ untuk $j = 1,3,\ldots,n-1$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right)$ untuk $j = 2,4,\ldots n-1$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right)$ untuk $j = n$

$\mu^p\left(e_i^j\right) = d\big((2n-j)m+1-2i\big)$ dan $\mu^n\left(e_i^j\right) = -d\big((2n-j)m+1-2i\big)$ untuk $1 \le j \le n-2$

$\mu^p\left(e_i^j\right) = d(i+mn)$ dan $\mu^n\left(e_i^j\right) = -d(i+mn)$ untuk $j = n-1$

$\mu^p\left(e_i^j\right) = d\left(\frac{(4n-1)m+1+2i}{2}\right)$ dan $\mu^n\left(e_i^j\right) = -d\left(\frac{(4n-1)m+1+2i}{2}\right)$ untuk $j = n$

Untuk $\frac{m+1}{2} \le i \le m$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$ untuk $j = 1,3,\ldots,n-2$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)$ untuk $j = 2,4,\ldots,n-1$

$\sigma^p\left(v_i^j\right) = d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)$ dan $\sigma^n\left(v_i^j\right) = -d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)$ untuk $j = n$

$\mu^p(e_i^j) = d\big((2n+1-j)m+1-2i\big)$ dan $\mu^n(e_i^j) = -d\big((2n+1-j)m+1-2i\big)$ untuk $1 \le j \le n-2$

$\mu^p(e_i^j) = d(mn+i)$ dan $\mu^n(e_i^j) = -d(mn+i)$ untuk $j = n-1$

$\mu^p(e_i^j) = d\left(\frac{(4n-3)m+1+2i}{2}\right)$ dan $\mu^n(e_i^j) = -d\left(\frac{(4n-3)m+1+2i}{2}\right)$ untuk $j = n$

d ditentukan oleh

$$d = \begin{cases} 10^{-2}, & 9 \le mn \le 33 \\ 10^{-3}, & 34 \le mn \le 333 \\ \ldots 10^{-(j+4)}, & 333 \times 10^j < mn \le 333 \times 10^{j+1} \end{cases}$$

dengan konstanta ajaib anti-fuzzy bipolar $m_0(G)$

Untuk $1 \le i \le \frac{m-1}{2}$

$$m_0^p(G) \quad \sigma^p(u) + \mu^p(uv) + \sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right) + d\big((2n-j)m+1-2i\big) + d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right)$$

$$= d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^p(G) \quad \sigma^p(u) + \mu^p(uv) + \sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right) + d(i+mn) + d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right)$$

$$= d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^p(G) \quad \sigma^p(u) + \mu^p(uv) + \sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right) + d\left(\frac{(4n-1)m+1+2i}{2}\right) + d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$$

$$= d\,\frac{5mn+3}{2}$$

dan

$$m_0^n(G) \quad \sigma^n(u) + \mu^n(uv) + \sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= -d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)+\left(-d\big((2n-j)m+1-2i\big)\right)+\left(-d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^n(G) \;\; \sigma^n(u)+\mu^n(uv)+\sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= \left(-d\left(\frac{(n+j)m+1+2i}{2}\right)\right)+\left(-d(i+mn)\right)+\left(-d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^n(G) \;\; \sigma^n(u)+\mu^n(uv)+\sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= \left(-d\left(\frac{(n+1)m+2-4i}{2}\right)\right)+\left(-d\left(\frac{(4n-1)m+1+2i}{2}\right)\right)+\left(-d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\,\frac{5mn+3}{2}$$

Untuk $\frac{m+1}{2} \le i \le m$

$$m_0^p(G) \;\; \sigma^p(u)+\mu^p(uv)+\sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)+d\big((2n+1-j)m+1-2i\big)+d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)$$

$$= d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^p(G) \;\; \sigma^p(u)+\mu^p(uv)+\sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)+d(mn+i)+d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)$$

$$= d\,\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^p(G) \;\; \sigma^p(u)+\mu^p(uv)+\sigma^p(v)$$

$$=$$

$$= d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)+d\left(\frac{(4n-3)m+1+2i}{2}\right)+d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)$$

$$= d\frac{5mn+3}{2}$$

dan

$$m_0^n(G)\ \ \sigma^n(u) + \mu^n(uv) + \sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= \left(-d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)\right) + \left(-d\big((2n+1-j)m+1-2i\big)\right) + \left(-d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^n(G)\ \ \sigma^n(u) + \mu^n(uv) + \sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= \left(-d\left(\frac{(n+j-2)m+1+2i}{2}\right)\right) + \left(-d(mn+i)\right) + \left(-d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\frac{5mn+3}{2}$$

$$m_0^n(G)\ \ \sigma^n(u) + \mu^n(uv) + \sigma^n(v)$$

$$=$$

$$= \left(-d\left(\frac{(n+3)m+2-4i}{2}\right)\right) + \left(-d\left(\frac{(4n-3)m+1+2i}{2}\right)\right) + \left(-d\left(\frac{(j-1)m+2i}{2}\right)\right)$$

$$= -d\frac{5mn+3}{2}$$

Hal ini cukup untuk membuktikan bahwa graf mC_n dapat dikatakan graf anti-fuzzy bipolar total sisi ajaib, dengan konstanta ajaib $m_0^p(G) = d\frac{5mn+3}{2}$ dan untuk $m_0^n(G) = -d\frac{5mn+3}{2}$ ▪

KESIMPULAN DAN SARAN

Graf mC_n adalah graf anti fuzzy bipolar total sisi ajaib dengan konstanta ajaibnya $m_0^p(G) = d\frac{5mn+3}{2}$ dan $m_0^n(G) = -d\frac{5mn+3}{2}$. Karena ini adalah sesuatu yang baru, masih banyak pekerjaan yang dapat dilakukan untuk menemukan banyak sifat pelabelan total sisi ajaib graf anti fuzzy bipolar. Sisa pekerjaan yang tersisa akan dibahas dalam penelitian yang akan datang.

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami ucapan terima kasih kepada Institut Sains dan Teknologi Annuqayah (IST Annuqayah) atas dukungan dan fasilitas selama pelaksanaan penelitian ini.

DAFTAR REFERENSI

Akram, Muhammad., Sarwar, Musavarah., Dudek, Wieslaw A. (2021). *Bipolar Fuzzy Planar Graphs*. Doi: 10.1007/978-981-15-8756-6_5

Chawla, R., Deshpande, S., Manas, M. N., Chhabria, S., & Krishnappa, H. K. (2019). Vertex Magic Total Labelling and Its Application in Cryptography. In *Recent Findings in Intelligent Computing Techniques: Proceedings of the 5th ICACNI 2017*, Volume 1 (pp. 125-130). Springer Singapore.

Firmansa, I., Nusantara, T., Rahmadani, D., Gani, A. B., Susanto, H., & Purwanto, P. (2019, De- cember). On the properties of bipolar anti fuzzy graph magic labeling. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2194, No. 1). AIP Publishing.

Gallian, J. A. (2022). A dynamic survey of graph labeling. *Electronic Journal of combinatorics*, 1(DynamicSurveys), #DS6.

Lee, Jeong-Gon., Hur, Kul. (2019). *Bipolar Fuzzy Relations*. 7(11):1044-. doi: 10.3390/MATH7111044

Nurvazly, D. E., & Sugeng, K. A. (2018). Graceful labelling of edge amalgamation of cycle graph. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1108, No. 1, p. 012047). IOP Publishing.

Rahayu, H.S., Sulandra, I.M., & Kusumasari, V. (2021). Product of bipolar anti fuzzy graph and their degree of vertex. *Journal of Physics: Conference Series*, 1872.

Saoub, K. R. (2021). Graph theory: an introduction to proofs, algorithms, and applications. CRC Press.

Trisanti, Y., & Nusantara, T. (2021, May). The properties of anti-fuzzy line graphs regular. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1872, No. 1, p. 012010). IOP Publishing.

Yang, H. L., Li, S. G., Yang, W. H., & Lu, Y. (2013). Notes on “Bipolar fuzzy graphs”. *Information Sciences*, 242, 113-121.

Zhang, Q., Li, J., Luo, R., Zhang, S., & Zhu, L. (2021, October). Research on Edge-Magic Total Labeling Algorithms of Several Joint Graphs. In *2021 IEEE 5th Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)* (Vol. 5, pp. 1168-1171). IEEE.