

Analisis Penyelesaian Pada Permasalahan *Pure Integer Linear Programming* Dengan Menggunakan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*

Azhar Sinaga

Matematika, Universitas Sumatera Utara

Sawaluddin

Matematika, Universitas Sumatera Utara

Korespondensi penulis: azharsinaga43@gmail.com

Abstract. *The use of the Branch and Bound method has few errors but requires more calculations. Meanwhile, the Cutting Plane method reaches the optimum faster because with the addition of the Gomory constraint it is effective in eliminating continuous solutions. Cutting Plane method is better to use if there are few variables, namely 2 variables. In this study, it is shown how a Pure Integer Linear Programming problem is solved using the branch and bound and cutting plane methods with the problem of variable coefficient constraints on fractions and integers with 4 variables. And it is found that the Branch and Bound method is better used in pure integer linear programming problems with variable coefficients of fractional number constraints. While the Cutting Plane method is better used on the coefficients of integer constraints variables*

Keywords: *Branch and Bound, Cutting Plane, Pure Integer Linear Programming.*

Abstrak. Penggunaan metode *Branch and Bound* sedikit sekali kesalahannya namun memerlukan perhitungan yang lebih banyak. Sedangkan metode *Cutting Plane* lebih cepat mencapai optimal karena dengan penambahan kendala gomory efektif menghilangkan solusi yang kontinu. Metode *Cutting Plane* lebih baik digunakan jika variabelnya sedikit yaitu 2 variabel. Dalam penelitian ini ditunjukkan bagaimana suatu masalah *Pure Integer Linear Programming* diselesaikan dengan metode *branch and bound* dan *Cutting Plane* dengan masalah koefisien variabel kendala bilangan pecahan dan bilangan bulat dengan 4 variabel. Dan diperoleh bahwa Metode *Branch and Bound* lebih baik digunakan pada permasalahan pure integer linear programming dengan koefisien variabel kendala bilangan pecahan. Sementara metode *Cutting Plane* lebih baik digunakan pada koefisien variabel kendala bilangan bulat.

Kata kunci: *Branch and Bound, Cutting Plane, Pure Integer Linear Programming.*

LATAR BELAKANG

Riset Operasi adalah salah satu bagian matematika yang mengkaji cara menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari sebuah masalah keputusan di bawah pembatasan sumber daya yang terbatas (Bu'ulolo, 2016). Pada tahun 1947 seorang ahli matematika dari Amerika Serikat yang bernama George D. Danzig menemukan cara untuk menguraikan dan memecahkan persoalan pemrograman linier dengan Metode Simpleks (Simplex Method). Ia menguraikannya dalam buku yang berjudul *Linear Programming (LP) and Extension*. Keberhasilannya karena mampu menyelesaikan berbagai masalah dalam kehidupan nyata seperti di bidang militer, industri, pertanian, transportasi, ekonomi, kesehatan, dan ilmu sosial (Sinurat, 2008).

Pada kenyataannya, tidak semua masalah seperti di atas bisa diselesaikan dengan metode yang biasa digunakan dalam menyelesaikan LP, terutama jika beberapa atau semua variabel yang telah dimodelkan untuk memiliki nilai-nilai bulat (*integer*), misalkan kita ingin menentukan kombinasi jumlah produksi kursi dan meja. Kasus ini tidak dapat diselesaikan langsung dengan metode LP biasa sehingga diperlukan metode khusus yang dipadukan dengan metode penyelesaian LP sehingga dapat memaksa solusi kasus tersebut mengarah kepada solusi *integer*.

Program Linier bilangan bulat atau *Integer Linear Programming* (ILP) adalah model program linier dengan persyaratan tambahan bahwa semua variabelnya merupakan bilangan bulat (*integer*) (Basriati, 2018). Karakteristik model matematika ILP adalah sama dengan model linier biasa, akan tetapi dalam ILP harus ada memuat suatu persyaratan tambahan bahwa variabel keputusan harus merupakan bilangan *integer* (Taha, 2007). Dalam hal ini, metode penyelesaian masalah yang digunakan adalah metode Cabang dan Batas (*Branch and Bound*) dan *Cutting Plane*.

Maslihah (2015) meneliti tentang Metode Pemecahan Masalah *Integer Programming* dan hasil penelitian tersebut disimpulkan bahwa Penggunaan metode *Branch and Bound* sedikit sekali kesalahannya namun memerlukan perhitungan yang lebih banyak. Sedangkan metode *Cutting Plane* lebih cepat mencapai optimal karena dengan penambahan kendala gomory efektif menghilangkan solusi yang kontinu. Metode Gomory lebih baik digunakan jika variabelnya sedikit yaitu 2 variabel.

Marulizar (2018) meneliti tentang masalah Optimisasi Program Linier *Integer Murni* Dengan Metode *Branch and Bound* dan hasil penelitian tersebut beliau menyimpulkan Metode *Branch and Bound* dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian solusi optimal dalam masalah berjumlah sedikit. Akan tetapi dalam menyelesaikan permasalahan ini, algoritma *branch and bound* mempunyai keterbatasan yaitu pemilihan batas yang baik pada tahap awal perhitungan pada metode *branch and bound* tidak dapat ditentukan, dan jumlah iterasi sangat bergantung pada pemilihan titik awal. Dengan demikian dibutuhkan waktu yang lama untuk menemukan solusi optimal. perencanaan *pure integer linear programming*. Algoritma *Branch and Bound* cukup efektif digunakan pada permasalahan *pure integer linear programming* dengan variabel keputusan yang berjumlah sedikit. Akan tetapi dalam menyelesaikan permasalahan ini, algoritma *branch and bound* mempunyai keterbatasan yaitu pemilihan batas yang baik pada tahap awal perhitungan pada metode *branch and bound* tidak dapat ditentukan, dan jumlah iterasi sangat bergantung pada pemilihan titik awal. Dengan demikian dibutuhkan waktu yang lama untuk menemukan solusi optimal.

Tujuan penelitian ini ialah menganalisis Penyelesaian Pada Permasalahan Pure Integer Linear Programming Dengan Menggunakan Metode Branch and Bound dan Cutting Plane.

KAJIAN TEORITIS

Operasi Riset

Riset adalah suatu proses untuk mencari suatu kebenaran dalam suatu masalah yang dilakukan secara terorganisir, sedangkan operasi adalah suatu tindakan yang diterapkan dalam suatu masalah (Taha, 1996). Dalam kenyataannya sangat sulit untuk mendefinisikan operasi riset karena batasannya yang tidak jelas (Siswanto, 2007).

Secara harfiah kata operasi dapat didefinisikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada beberapa masalah atau hipotesa. Sementara kata riset adalah suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaran akan masalah atau hipotesa. Kenyatannya, sangat sulit mendefinisikan research operation, terutama karena batas-batasnya tidak jelas (Mulyono, 2004)

Pure Integer Linear Programming

Pure integer linear programming adalah masalah *integer programming* dimana semua variabel keputusannya terbatas hanya untuk bilangan bulat (Dantzig & Tapia., 1997).

Bentuk umum dari pure integer programming adalah:

Optimisasikan :

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j (\leq, \geq, =) b_i$$

$$x_j \geq 0, \text{ dan integer}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Metode Branch and Bound

Basriati (2018) menyatakan bahwa metode *Branch and Bound* merupakan suatu teknik untuk mencari solusi dari persoalan ILP dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah fisibel dari suatu subpersoalan. Metode ini membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan menghasilkan cabang baru dan membentuk sebuah pohon pencarian (*search tree*) (Septinauli, 2019).

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan metode Branch and Bound adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan persoalan Program Linier dengan metode simpleks tanpa batasan integer.
2. Memeriksa solusi optimalnya. Jika variabel basis yang diharapkan bernilai integer, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika tidak bernilai integer, maka lanjutkan langkah 3.
3. Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar) dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini, dengan batasan dan batasan.
4. Menjadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 sebagai batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan.
5. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah.

Metode *Cutting Plane*

Menurut Taha (2007) Metode *cutting plane* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan *integer linear programming problem*, baik bilangan bulat murni maupun bilangan bulat campuran dengan menambahkan batasan baru yang disebut *gomory*. Kendala *gomory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan) (Siagian, 2006). Batasan-batasan tersebut secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang penyelesaian yang tidak berisi titik bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak.

langkah-langkah metode *cutting plane* pada penyelesaian integer linear programming problem adalah sebagai berikut:

1. Selesaikan integer linear programming problem dengan metode simpleks dengan mengabaikan syarat integer.
2. Jika penyelesaian langkah (1) memuat variabel bernilai pecahan, lakukan langkah-langkah berikut:
 - a. Pilih sembarang baris tabel optimum simpleks yang dalam kolom i b yang memuat pecahan. Jika ada beberapa variabel yang bernilai pecahan, dipilih baris yang memuat pecahan terbesar, ini dipilih agar iterasi lebih cepat.
 - b. Misalkan baris ke- i adalah baris yang terpilih dan persamaan yang terbentuk dalam baris ke- i adalah:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (2.11)$$

Dengan tambahan kendala:

$$S_{gi} - \sum_{j=1}^n f_{ij} x_j = -f_i \quad (2.12)$$

Dimana :

S_{gi} : kendala tambahan omory ke-i

f_{ij} : bagian pecahan dalam a_{ij}

f_i : bagian pecahan dalam b_i

3. Kemudian diselesaikan menggunakan metode dual simpleks dengan persamaan yang terpilih diletakkan pada baris terakhir. Jika solusi baru setelah menerapkan metode dual simpleks adalah *integer*, proses berakhir. Jika tidak, sebuah *gamory* baru ditambahkan dari tabel yang dihasilkan dan metode dual simpleks digunakan sekali lagi untuk mengatasi ketidaklayakan ini. Prosedur ini dilakukan sampai solusi *integer* dicapai. Tetapi jika disalah satu iterasi metode dual simpleks menunjukkan ada solusi tidak layak, maka masalah itu tidak mempunyai solusi *integer* yang layak (Mulyono, 2004).

METODE PENELITIAN

Penulis menggunakan metode kajian pustaka (studi literatur), yaitu penelitian yang bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di perpustakaan ataupun internet, seperti: buku-buku, jurnal, dokumentasi, catatan, dan juga internet yang mendukung untuk penelitian ini. Penelitian ini dibuat berdasarkan studi literatur dan disusun atas kerangka pemikiran yang meliputi:

1. Pengumpulan jurnal dan buku referensi
Tahap ini dimulai dengan studi kepustakaan yaitu mengumpulkan bahan referensi, mempelajari serta menggali informasi baik dari buku, artikel, paper, jurnal, makalah, maupun situs internet mengenai metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*.
2. Menganalisis karakteristik dan penggunaan metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*.
3. Penerapan dalam penyelesaian contoh kasus dengan metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* yang memiliki variabel lebih banyak yaitu 4 variabel.
4. Menganalisis penyelesaian *pure integer linear programming* pada masalah koefisien variabel kendala bilangan pecahan dan bilangan bulat dengan metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*.
5. Membahas hasil penyelesaian metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*.
6. Membuat kesimpulan dan saran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyelesaian dengan Metode *Branch and Bound*

Sebuah masalah pemrograman linear bilangan bulat murni yang membutuhkan penyelesaian dalam bilangan bulat. Penyelesaian akan dilakukan dengan menggunakan metode *branch and bound*.

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan :} & & Z &= 720 X_1 + 687 X_2 + 650 X_3 + 660 X_4 \\ \text{Kendala Bilangan Pecahan:} & & 1,5 X_1 + 1,5 X_2 + 1,5 X_3 + 1,5 X_4 &\leq 6007,5 \\ & & 0,065 X_1 + 0,065 X_2 + 0,065 X_3 + 0,065 X_4 &\leq 239,3 \\ & & & 0,06 X_1 \leq 97 \\ & & & 0,08 X_2 \leq 71 \\ & & & 0,19 X_3 \leq 83 \\ & & & 0,125 X_4 \leq 75,75 \\ & & & 0,05 X_4 \leq 34,5 \\ & & & 0,1 X_4 \leq 62 \\ & & & x_j \geq 0, \quad \text{untuk } j = 1, 2, 3, \dots, 8 \\ \text{Kendala Bilangan Bulat:} & & 15 X_1 + 15 X_2 + 15 X_3 + 15 X_4 &\leq 60075 \\ & & 65 X_1 + 65 X_2 + 65 X_3 + 65 X_4 &\leq 239300 \\ & & & 6 X_1 \leq 9700 \\ & & & 8 X_2 \leq 7100 \\ & & & 19 X_3 \leq 8300 \\ & & & 125 X_4 \leq 75750 \\ & & & 5 X_4 \leq 3450 \\ & & & X_4 \leq 620 \\ & & & x_j \geq 0, \quad \text{untuk } j = 1, 2, 3, \dots, 8 \\ & & & x_j \text{ bilangan bulat untuk } j = 1, 2, 3, \dots, 8 \end{aligned}$$

Program linear tersebut akan diselesaikan dengan metode simpleks, dan untuk iterasi keseluruhannya bisa dilihat dalam daftar lampiran. Sehingga hasil dari metode simpleks tersebut adalah:

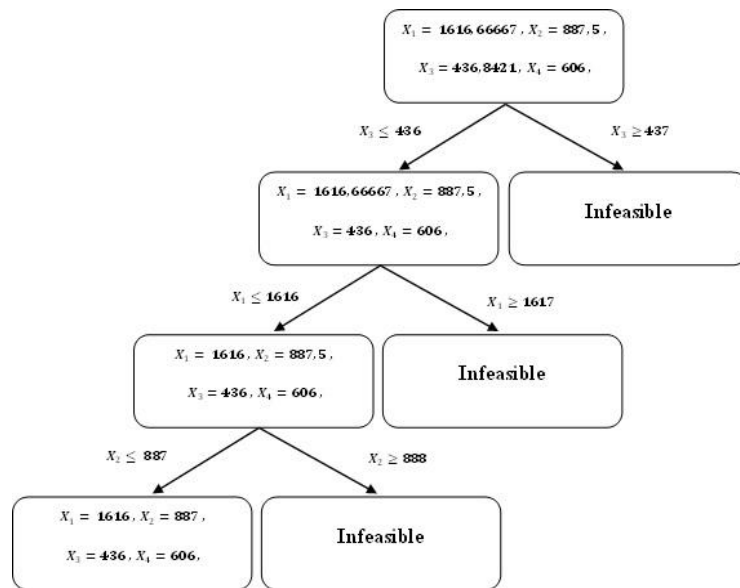
$$\begin{aligned} X_1 &= 1616,66667, X_2 = 887,5, X_3 = 436,8421, X_4 = 606 \\ &\text{dengan } Z = 2457619,868 \end{aligned}$$

Dikarenakan program linear ini mempunyai penyelesaian layak dan penyelesaian optimal ini mempunyai nilai yang bukan bilangan bulat, maka masalah akan dilakukan proses pembatasan (*bounding*), diperoleh batas atas (BA) sama dengan 2457619,868 dan batas bawah (BB) sama dengan 2456249 dan untuk pencabangan (*branch*) dilakukan pada variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar yaitu $X_3 = 436,8421$. Dengan pencabangan dari semua simpul (semua penyelesaian layak) dan dengan peubah pencabangan ini maka akan membuat dua submasalah.

Untuk submasalah 1 yaitu $X_3 \leq 436$ dan untuk submasalah 2 $X_3 \geq 437$ sehingga diperoleh:

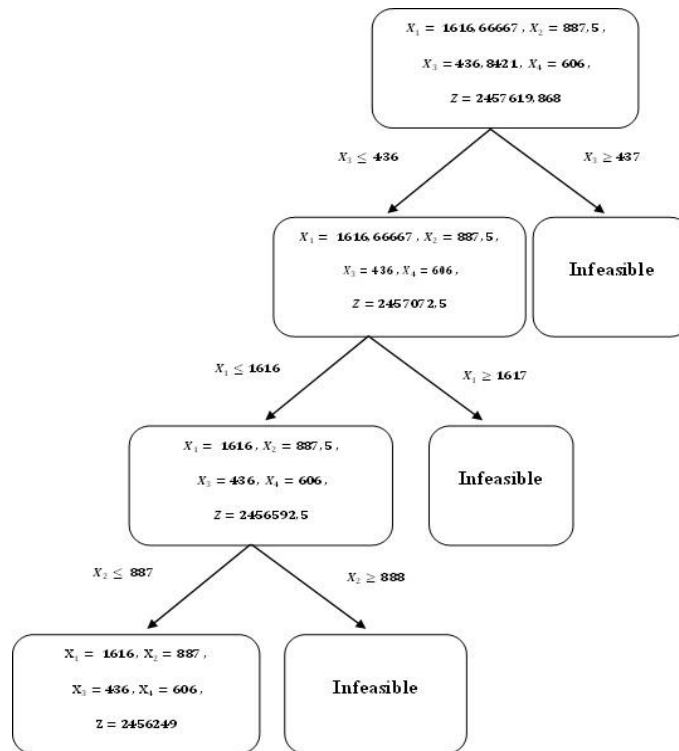
$$X_1 = 1616,66667, X_2 = 887,5, X_3 = 436, X_4 = 606, \\ \text{dengan } Z = 2457072,5$$

Untuk Submasalah 2 tidak mempunyai penyelesaian yang layak (*infeasible*) karena nilai solusi (nilai kanan) ada yang bernilai negatif. Kemudian, dilanjutkan sampai submasalah 6. Sehingga ringkasan semua hasil pencarian solusi dapat digambarkan dalam diagram 1 untuk kendala bilangan pecahan sebagai berikut:



Gambar 1. Pencabangan Pada Metode *Branch And Bound* Dengan Koefisien Variabel Kendala Bilangan Pecahan

Berikut hasil ringkasan semua hasil pencarian solusi dapat digambarkan dalam diagram 2 untuk kendala bilangan bulat sebagai berikut:



Gambar 2. Pencabangan Pada Metode *Branch And Bound* Dengan Koefisien Variabel Kendala Bilangan Bulat

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan tersebut, dengan variabel kendala pecahan dan variabel kendala bilangan bulat yang diselesaikan dengan metode simpleks diperoleh hasil yang berbeda untuk variabel basis pada variabel keputusannya, namun hasil bilangan bulat pada variabel keputusan dan solusi optimum memiliki nilai yang sama yaitu: $X_1 = 1616$, $X_2 = 887$, $X_3 = 436$, $X_4 = 606$, dengan $Z = 2456249$. Oleh karena itu metode *branch and bound* dapat digunakan untuk menghasilkan solusi optimal pada permasalahan *pure integer linear programming* dengan variabel kendala bilangan pecahan maupun variabel kendala bilangan bulat.

Penyelesaian dengan Metode *Cutting Plane*

Sebuah masalah pemrograman linear bilangan bulat murni yang membutuhkan penyelesaian dalam bilangan bulat. Penyelesaian akan dilakukan dengan menggunakan metode *cutting plane* dan contoh soalnya sama dengan metode *branch and bound*.

Program linear tersebut akan diselesaikan dengan metode simpleks, dan untuk iterasi keseluruhannya bisa dilihat dalam daftar lampiran. Sehingga hasil dari metode simpleks tersebut adalah:

$$X_1 = 1616,66667, X_2 = 887,5, X_3 = 436,8421, X_4 = 606$$

dengan $Z = 2457619,868$

Karena variabel keputusan dengan menggunakan metode simpleks belum *integer*, maka perlu ditambahkan pembatas baru atau *gomory* 1. Berdasarkan hasil di atas diperoleh persamaan sebagai berikut:

1. $X_1 + 16,66667 X_7 = 1616,66667$
 $X_1 + (16 + 0,66667) X_7 = (1616 + 0,66667)$
2. $X_2 + 12,5 X_8 = 887,5$
 $X_2 + (12 + 0,5) X_8 = (887 + 0,5)$
3. $X_3 + 5,2632 X_9 = 436,8421$
 $X_3 + (5 + 0,2632) X_9 = (436 + 0,8421)$

Untuk menentukan pembatas baru atau *gomory* 1, dipilih koefisien variabel basis dengan nilai pecahan terbesar yaitu $X_3 = 0,8421$

Berdasarkan persamaan yang diperoleh dari persamaan di atas dapat dibuat persamaan untuk pembatas baru atau *gomory* 1 sebagai berikut:

$$S_1 - 0,2632 X_9 = - 0,8421$$

Di mana:

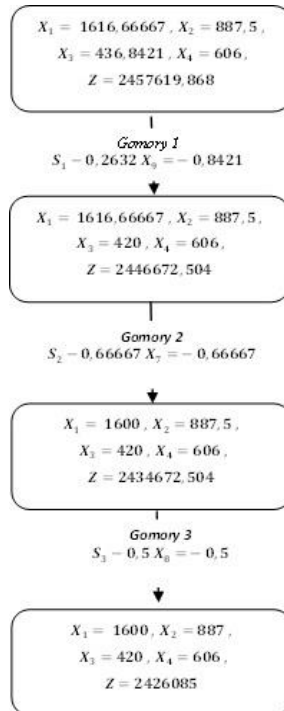
S_1 : Variabel *slack* pada kendala tambahan pertama

Setelah penambahan *gomory* 1 menjadikan nilai koefisien basis bernilai negatif sehingga menjadi tidak layak. Untuk mengatasi ketidaklayakan ini, maka dilanjutkan dengan menggunakan metode dual simpleks.

Berdasarkan hasil perhitungan dual simpleks 1 bahwa nilai variabel keputusan di basis masih ada yang bernilai *noninteger*. Maka penambahan batas baru dilanjutkan yaitu *gomory* 2. Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

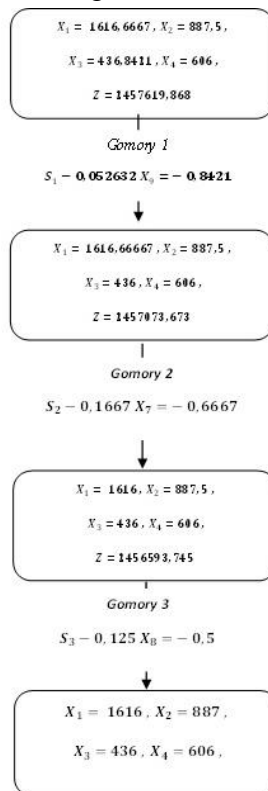
1. $X_1 + 16,66667 X_7 = 1616,66667$
 $X_1 + (16 + 0,66667) X_7 = (1616 + 0,66667)$
2. $X_2 + 12,5 X_8 = 887,5$
 $X_2 + (12 + 0,5) X_8 = (887 + 0,5)$

Untuk menentukan pembatas baru atau *gomory* 2, dipilih koefisien variabel basis dengan nilai pecahan terbesar yaitu $X_1 = 0,66667$. Sehingga ringkasan semua hasil pencarian solusi dapat digambarkan dalam diagram 1 sebagai berikut:



Gambar 3. Pencabangan Pada Metode *Cutting Plane* Dengan Koefisien Variabel Kendala Bilangan Pecahan

Berikut hasil ringkasan semua hasil pencarian solusi dapat digambarkan dalam diagram 2 untuk kendala bilangan bulat sebagai berikut :



Gambar 4. Pencabangan Pada Metode *Cutting Plane* Dengan Koefisien Variabel Kendala Bilangan Bulat

Dalam penyelesaian kedua masalah tersebut, masalah dengan koefisien variabel kendala bilangan pecahan dan bilangan bulat menghasilkan solusi nilai *integer*. Namun untuk masalah koefisien variabel kendala bilangan pecahan memperoleh nilai *Z* lebih kecil dibandingkan dengan koefisien variabel kendala bilangan bulat. Hal ini disebabkan koefisien-koefisien dari variabel-variabel kendala di basis bernilai pecahan lebih besar, baik pada pengerjaan dengan metode simpleks maupun dengan metode dual simpleks. Pada penggunaan metode *cutting plane* khususnya pada saat menentukan kendala *Gomory*, apabila terjadi kesalahan pembulatan dalam perhitungan maka kemungkinan besar akan mendistorsi data semula, sehingga solusi optimal tidak dapat diperoleh. Oleh karena itu dibutuhkan ketelitian dan ketepatan dalam menentukan pembulatan agar memperoleh solusi *integer* yang optimal.

Perbandingan Penyelesaian *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*

Berikut ini adalah perbedaan dalam algoritma penyelesaian contoh program linier yang dikerjakan:

Tabel 1. Perbedaan algoritma *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*

<i>Branch and Bound</i>	<i>Cutting Plane</i>
Memodelkan permasalahan	Memodelkan permasalahan
Menyelesaikan Linear Programming dengan metode simpleks	Menyelesaikan Linear Programming dengan metode simpleks
Pemeriksaan	Pemeriksaan
Pencabangan	Penambahan Batasan baru (<i>gomory</i>)
Pemeriksaan	Penyelesaian dengan dual simpleks
Pembatasan	pemeriksaan

Berdasarkan algoritma pengerjaan yang telah dilakukan, berikut adalah perbedaan hasil yang diperoleh:

Tabel 2. Perbedaan hasil *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*

Basis	Variabel kendala bilangan Pecahan		Variabel kendala bilangan Bulat	
	<i>Branch and Bound</i>	<i>Cutting Plane</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Cutting Plane</i>
	X_1	1616	1600	1616
X_2	887	887	887	887
X_3	436	420	436	436
X_4	606	606	606	606
<i>Z</i>	2456249	2426085	2456249	2456249

Dalam penelitian ini, metode *branch and bound* dan *cutting plane* pada masalah koefisien variabel kendala bilangan pecahan memperoleh solusi akhir yang berbeda. Dalam kasus ini metode *branch and bound* dan *cutting plane* memperoleh hasil integer, namun metode *branch and bound* lebih maksimal dibandingkan dengan metode *cutting plane*. Sedangkan metode

branch and bound dan *cutting plane* pada masalah koefisien variabel kendala bilangan bulat memperoleh solusi akhir yang sama yaitu $Z = 2456249$.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian dan pembahasan yang telah dipaparkan pada bagian sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai jawaban atas perumusan masalah pada penelitian ini yaitu untuk kasus yang memiliki 4 variabel keputusan Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* mempunyai hasil yang sama pada masalah dengan variabel kendala bilangan bulat positif dimana metode *Branch and Bound* sedikit sekali kesalahannya namun memerlukan perhitungan yang lebih banyak, sedangkan pada metode *Cutting Plane* lebih cepat mencapai optimal karena dengan penambahan kendala gomory efektif menghilangkan solusi yang kontinu. Pada variabel kendala bilangan pecahan, metode *Branch and Bound* lebih optimal daripada metode *Cutting Plane* disebabkan karena pada metode *Branch and Bound* perhitungan hanya melibatkan koefisien pada variabel basis sebagai pencabangan yang baru, sedangkan pada metode *Cutting Plane* perhitungan melibatkan semua hasil pada metode simpleks sebagai gomory selanjutnya. Metode *Branch and Bound* lebih baik digunakan pada permasalahan *Pure Integer Linear Programming* dengan koefisien variabel kendala bilangan pecahan. Sementara metode *Cutting Plane* lebih baik digunakan pada koefisien variabel kendala bilangan bulat.

DAFTAR REFERENSI

- Basriati, S. 2018. *Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane Dan Branch And Bound Untuk Optimasi Produksi Tahu*. Jurnal Sains Matematika dan Statistika. Vol. 4, No. 2, Juli 2018.
- Bu'ulolo, F. 2016. *Opeasi Riset: Program Linear*. Medan: Universitas Sumatera Utara Press.
- Dantzig, G.B. and M.N. Tapia. 1997. *Linear Programming: 1, Introduction*. Spring-Verlag. New York.
- Marulizar, T. 2018. *Optimisasi Program Linear Integer Murni Dengan Metode Branch and Bound*. TALENTA Conference Series: Science & Technology (ST) Vol. 1 Issue 2, Hal 175-181. Medan.
- Maslihah, S. 2015. Metode Pemecahan Masalah Integer Programming. Jurnal *at-Taqaddum*, Volume 7, Nomor 2.
- Mulyono, S. 2004. *Riset Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Septinauli, D. 2019. Aplikasi Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* untuk Mengoptimalkan Keuntungan Produksi Keripik Ubi pada UD. Rezeki Baru. Skripsi. Sarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara.
- Siagian, P. 2006. *Penelitian Operasional: Teori dan Praktek*. Jakarta: Universitas Indonesia (UI-Press)
- Sinurat, R. R. 2008. Studi Penyelesaian Problema *Mixed Integer Linier Programming* Dengan Menggunakan Metode *Branch and Cut*. Medan: Universitas Sumatera Utara.
- Siswanto. 2007. *Operation Research*. Penerbit Erlangga, Bogor.
- Taha, H.A.1996. *Riset Operasi (edisi revisi)*. Jakarta. Indonesia.
- Taha, H.A.2007.*Operation Research An Introduction*. Ed. 8. United States : Pearson Education, Inc.